הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל

הפקולטה להנדסת תעשיה וניהול ע״ש ויליאם משה דוידסון

Technion - Israel Institute of Technology

The William Davidson Faculty of Industrial Engineering and Management

---

תאריך הבחינה: 30.01.2020

שם המרצה: ד״ר אלה לוין

# מבוא להסתברות וסטטיסטיקה – 094481

## מבחן מועד א׳ - סמסטר חורף תש״ף

# טור 1

משך הבחינה: שלוש שעות.

חומר עזר מותר: שני דפי עזר A4 כתובים משני הצדדים, מחשבון כיס פשוט.

בנוסף מצורפים דפי התפלגויות מיוחדות, טבלאות התפלגויות דגימה וטבלת בדיקת השערות.

למבחן שני חלקים. **יש לענות על כל השאלות** בכל אחד מחלקי הבחינה:

א. החלק הראשון מכיל שאלות רב-ברירה (סגורות). **על חלק זה יש לענות רק בדף המיועד לכך המצורף למבחן**. אין לסמן יותר מתשובה אחת לכל שאלה. הציון יינתן על סמך הסימונים בדף התשובות בלבד!

ב. החלק השני מכיל שתי שאלות פתוחות, עליהן יש לענות **במחברת המצורפת ולא על גבי שאלון זה**. בחלק זה עליכם לפרט ולהסביר את כל השלבים שביצעתם בדרך לפתרון. את הפתרון יש לכתוב בעט שחור או כחול בלבד. ניתן להשתמש בטיוטה שלא תיבדק.

בסוף המבחן יש להחזיר את שאלון הבחינה, את דף התשובות ואת מחברת הפתרון.

**ב ה צ ל ח ה !**

## שאלה 1

במשחק מזל מטילים מטבע הוגן 3 פעמים.

- אם בכל 3 ההטלות התקבלה אותה תוצאה, זוכים ב- 100 ש״ח.
- אם בהטלה הראשונה התקבל H ובאחרונה T, זוכים ב- 20 ש״ח.
- אחרת, **משלמים** 50 ש״ח.

מהי תוחלת סכום הזכייה במשחק?

א. 2

ב. 5

ג. 8

ד. 10

## שאלה 2

רוצים לבדוק את הקשר בין מחיר הנפט הגולמי (**בדולר לחבית**), שמסומן ב-X לבין מחיר טיסה בין ניו-יורק לבייג׳ינג (**באלפי דולרים**) שמסומן ב-Y על סמך מדגם של n=52 חודשים שונים. נתון כי:

$$\bar{X} = 59, \qquad \bar{Y} = 1.5, \qquad \sum_{i=1}^{52}(X_i - \bar{X})^2 = 5238,$$

$$\sum_{i=1}^{52}(Y_i - \bar{Y})^2 = 371, \qquad \sum_{i=1}^{52}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 504.4, \qquad \hat{\sigma}^2 = 6.45$$

מניחים מודל של רגרסיה לינארית פשוטה.

להלן שתי טענות:

I. נניח כי מחיר הנפט כעת הוא 55 דולר לחבית, אזי הניבוי של מחיר טיסה בין ניו-יורק לבייג׳ינג הינו בקירוב 1100 דולרים.

II. הרגרסיה לא מובהקת ברמת מובהקות 5%.

א. טענה I נכונה וטענה II נכונה.

ב. טענה I נכונה וטענה II שגויה.

ג. טענה I שגויה וטענה II נכונה.

ד. טענה I שגויה וטענה II שגויה.

## שאלה 3

עורכים סדרת ניסויי ברנולי בלתי-תלויים, כל אחד מהם עם הסתברות הצלחה 0.5. מהו מקדם המתאם בין מספר ההצלחות בניסויים 1-60 (כולל) לבין מספר ההצלחות בניסויים 51-80 (כולל)?

א. 0.2357

ב. 0.3615

ג. 0.4082

ד. 0.5966

## שאלה 4

כדי לבדוק את הטענה שבעיר מסוימת שווי הקרקע באזור הצפון זהה לשווי הקרקע באזור הדרום,

נלקחו שני מדגמים מקריים בלתי תלויים של 10 חלקות בנות דונם מאזור הצפון ו-15 חלקות בנות דונם מאזור הדרום בעיר, ולכל חלקה נרשם שוויה בשוק (באלפי ₪). להלן התוצאות שהתקבלו בשני המדגמים:

| | גודל המדגם | ממוצע | סטיית תקן |
|---|---|---|---|
| אזור הדרום | 15 | 812 | 480 |
| אזור הצפון | 10 | 524 | 260 |

נסמן:

$\mu_1$ - תוחלת שווי הקרקע באזור הדרום

$\mu_2$ - תוחלת שווי הקרקע באזור הצפון

הניחו כי שווי הקרקע בשני האזורים מתפלג נורמלית עם שונויות זהות.

**<u>טענה I:</u>** ה-p-value של המבחן לבדיקת השערת האפס כי תוחלת שווי הקרקע זהה בשני האזורים נמצא באינטרוול $(0.05, 0.1)$.

**<u>טענה II:</u>** לפי רווח הסמך ל-ברמת $\mu_1 - \mu_2$ ביטחון 90% ניתן להסיק שתוחלת שווי הקרקע באזור הצפון זהה לתוחלת שווי הקרקע באזור הדרום.

א. טענה I נכונה וטענה II נכונה.

ב. טענה I נכונה וטענה II שגויה.

ג. טענה I שגויה וטענה II נכונה.

ד. טענה I שגויה וטענה II שגויה.

**שאלה 5**

בניסוי של בחירת ספרה אחת באופן מקרי ( מתוך 0,1,2...,9) תהי X תוצאת הבחירה.

ההסתברות שבבחירת 81 ספרות מקריות יהיה הממוצע גדול מ-4 וקטן מ-5 נמצאת באינטרוול:

א. $(0,0.25)$

ב. $[0.25,0.5)$

ג. $[0.5,0.75)$

ד. $[0.75,1)$

**שאלה 6**

אורך החיים של רכיב אלקטרוני בשעות הוא משתנה מקרי מעריכי עם תוחלת 1000.

החברה המוכרת את הרכיבים מוכנה להחזיר את הכסף עבור רכיבים שאורך חייהם קטן מ-250 שעות.

תוחלת מספר הרכיבים הנמכרים עד שלראשונה נמכר רכיב שאורך חייו קטן מ-250 שעות היא:

א. 15.0

ב. 10.2

ג. 4.5

ד. 3.9

**שאלה 7**

שני קוסמים טענו שקיים ביניהם קשר טלפתי. כדי לבדוק את טענתם הטיל הקוסם הראשון מטבע 50 פעם, ואילו השני, שישב בחדר סמוך, נתבקש לנחש בכל פעם על איזה צד נפל המטבע. חוקר א' בדק את הטענה ברמת מובהקות 5%. חוקר ב' אמר, שאם הקוסם ינחש נכון יותר מ-35 פעמים, יקבל את טענתם.

**הערה:** אם אין קשר טלפתי, הרי הסיכוי של קוסם לנחש את התוצאה הוא 50%. אם יש קשר טלפתי, הסיכוי גדול מ-50%.

א. רשמו את ההשערות הנבדקות.

ב. מהו הפרמטר שעבורו עושים בדיקת השערות? האם יש התפלגות לפרמטר זה?

ג. מהו אומד נקודתי לפרמטר? מה ההתפלגות המקורבת של האומד? ( ציינו סוג ההתפלגות ואת הפרמטרים שלה). האם אומד זה חסר הטיה או מוטה? הוכיחו. חשבו MSE של האומד.

נתון כי במהלך הניסוי ניחש הקוסם נכונה 33 פעמים.

ד. האם תתקבל טענת הקוסמים על-ידי חוקר א'?

בצעו בדיקת ההשערות על הפרמטר הנבדק ברמת מובהקות 5% באמצעות סטטיסטי המבחן ובאמצעות P-value. ציינו מהו סטטיסטי המבחן וכיצד הוא מפולג.

ה. האם תתקבל טענת הקוסמים על-ידי חוקר ב'?

ו. אצל מי מהחוקרים אזור **האי-דחייה** של השערת האפס רחב יותר?

ז. אצל מי מהחוקרים רמת המובהקות גדולה יותר?

## שאלה 8

חוקר ביקש לבדוק את ההשערה כי המשקל באוכלוסיה מסוימת הוא בעל התפלגות נורמלית עם ממוצע של 60 ק"ג וסטיית תקן של 10 ק"ג. לצורך העניין נבדק מדגם מקרי של 50 אנשים מהאוכלוסיה והתקבלו התוצאות הבאות:

בקטע ראשון תצפית אחת: 39

בקטע שני חמש תצפיות: 40,42,42,46,48

בקטע שלישי $[49-70)$ נמצאו 34 תצפיות

בקטע רביעי $[70-80)$ נמצאו 7 תצפיות

בקטע חמישי שלוש תצפיות: 80,81,81

א) רשמו את ההשערות הנבדקות.

ב) מהו סטטיסטי המבחן? כיצד הוא מפולג?

ג) בצעו מבחן פירסון באמצעות סטטיסטי המבחן ו-P-value. מה מסקנתכם ברמת מובהקות 5%?

: לא נדחה $H_0$ בכל ר"מ סבירה.